

**I- PRESENTATION ET ANALYSE FONCTIONNELLE DU SYSTEME :**

➤ **Question 1 :**

A partir des données du texte introductif et des documents techniques DT1 et DT2, compléter le diagramme FAST descriptif du ROBDRIVE du document réponse DR1.

(Voir DR1)

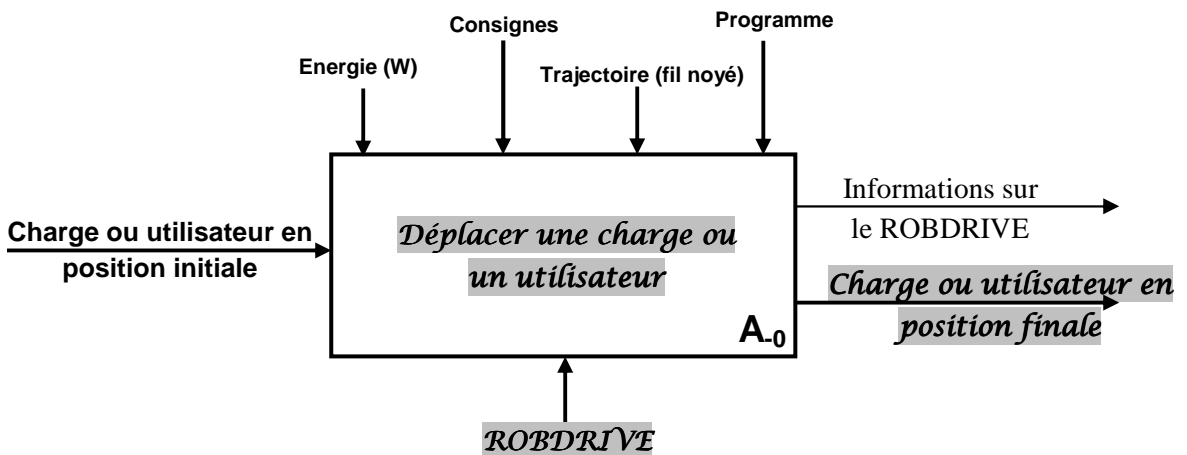
➤ **Question 2 :**

On donne ci-dessous le diagramme SADT niveau A<sub>0</sub> (incomplet) du ROBDRIVE

a) Recopier sur votre copie le diagramme SADT niveau A<sub>0</sub> et compléter les zones manquantes.

b) Compléter les zones manquantes du diagramme SADT niveau A<sub>0</sub> du document réponse DR2.

a) SADT A-0



b) (Voir DR2)

**II- ETUDE INERTIELLE APPROCHEE D'UNE JANTE ET EQUILIBRAGE DYNAMIQUE:**

**II-1- Détermination approchée de la matrice d'inertie d'une jante :**

➤ **Question 3 :** (voir figure 5 document technique DT3)

Montrer que la matrice d'inertie du cylindre creux (Cy<sub>1</sub>) d'épaisseur e<sub>1</sub> négligeable, en son centre d'inertie O, dans la base (x̄, ȳ, z̄) est :

$$[I_O(Cy_1)] = \begin{pmatrix} M_1 r_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_1 \left( \frac{r_1^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) & 0 \\ 0 & 0 & M_1 \left( \frac{r_1^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

(O,  $\bar{x}$ ) axe de symétrie matérielle de révolution du cylindre ( $Cy_1$ ) donc :

$$[I_O(Cy_1)] = \begin{pmatrix} A_{C1} & 0 & 0 \\ 0 & B_{C1} & 0 \\ 0 & 0 & B_{C1} \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Un point courant de ( $Cy_1$ ) est tel que  $\overrightarrow{OP} = x \bar{x} + y \bar{y} + z \bar{z}$

$$A_{C1} = \int_{P \in (Cy_1)} (y^2 + z^2) dm = \int_{P \in (Cy_1)} r_1^2 dm = r_1^2 \cdot \int_{P \in (Cy_1)} dm = M_1 \cdot r_1^2$$

$$B_{C1} = \frac{A_{C1}}{2} + \int_{P \in (Cy_1)} x^2 dm = \frac{M_1 \cdot r_1^2}{2} + \frac{M_1 \cdot L^2}{12}$$

➤ **Question 4 :** (voir figure 6 document technique DT3)

- a) Donner en fonction de  $m_p$ ,  $L$  et  $a$ , la matrice d'inertie de la plaque rectangulaire ( $P_i$ ) en son centre d'inertie  $G_i$  et dans la base  $(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$  liée à celle-ci.
- b) Déterminer en fonction de  $m_p$ ,  $L$ ,  $r_1$  et  $a$ , la matrice d'inertie de la plaque rectangulaire ( $P_i$ ) au point  $O$  dans la base  $(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$

$$a) \quad [I_{G_i}(P_i)] = \begin{pmatrix} \frac{m_p a^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p (a^2 + L^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)}$$

b) En appliquant le Th de Huygens généralisé on a :

$$[I_O(P_i)] = [I_{G_i}(P_i)] + [I_O(m_p, G_i)]$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{m_p a^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p (a^2 + L^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)} + \begin{pmatrix} m_p \left(r_1 + \frac{a}{2}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_p \left(r_1 + \frac{a}{2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)}$$

$$[I_O(P_i)] = \begin{pmatrix} m_p \left(\frac{a^2}{12} + \left(r_1 + \frac{a}{2}\right)^2\right) & 0 & 0 \\ 0 & m_p \left(\frac{a^2}{12} + \left(r_1 + \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{L^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)}$$

➤ **Question 5 :**

a) Déterminer en fonction de  $B_i$ ,  $C_i$  et  $\theta_i$  le moment d'inertie de la plaque ( $P_i$ ) par rapport à l'axe  $(O, \vec{y})$  noté  $I_{oy}(P_i)$ .

b) Déterminer en fonction de  $B_i$ ,  $C_i$  et  $\theta_i$  le moment d'inertie de la plaque ( $P_i$ ) par rapport à l'axe  $(O, \vec{z})$  noté  $I_{oz}(P_i)$ .

a)  $I_{oy}(P_i) = \vec{y} \cdot ([I_O(P_i)] \vec{y}) = B_i (\cos \theta_i)^2 + C_i (\sin \theta_i)^2$        $(\vec{y} = \cos \theta_i \vec{y}_i - \sin \theta_i \vec{z}_i)$

b)  $I_{oz}(P_i) = \vec{z} \cdot ([I_O(P_i)] \vec{z}) = B_i (\sin \theta_i)^2 + C_i (\cos \theta_i)^2$        $(\vec{z} = \sin \theta_i \vec{y}_i + \cos \theta_i \vec{z}_i)$

➤ **Question 6 :**

a) Montrer que la matrice d'inertie de la jante ( $S$ ) =  $\{C_{y_1}, C_{y_2}, P_1, P_2, P_3\}$  au point O dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est de la forme :

$$[I_O(S)] = \begin{pmatrix} A_S & 0 & 0 \\ 0 & B_S & 0 \\ 0 & 0 & C_S \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

b) Déterminer les moments d'inerties  $A_S$ ,  $B_S$  et  $C_S$ , Conclure.

a) ( $S$ ) =  $\{C_{y_1}, C_{y_2}, P_1, P_2, P_3\}$  admet deux plans de symétrie matérielle  $(O, \vec{x}, \vec{z})$  et  $(O, \vec{y}, \vec{z})$

b) .)  $A_S = I_{ox}(S) = I_{ox}(C_{y_1}) + I_{ox}(C_{y_2}) + I_{ox}(P_1) + I_{ox}(P_2) + I_{ox}(P_3)$

$$A_S = M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2 + 3A_i$$

.)  $B_S = I_{oy}(S) = I_{oy}(C_{y_1}) + I_{oy}(C_{y_2}) + I_{oy}(P_1) + I_{oy}(P_2) + I_{oy}(P_3)$

$$I_{oy}(P_1) = I_{oy}(P_i) \Big|_{\theta_i=0} = B_i \qquad I_{oy}(P_2) = I_{oy}(P_i) \Big|_{\theta_i=(\pi/2)+(\pi/6)} = \frac{B_i}{4} + \frac{3C_i}{4}$$

$$I_{oy}(P_3) = I_{oy}(P_i) \Big|_{\theta_i=-(\pi/2)-(\pi/6)} = \frac{B_i}{4} + \frac{3C_i}{4}$$

Donc  $B_S = M_1 \left( \frac{r_1^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) + M_2 \left( \frac{r_2^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) + \frac{3}{2} (B_i + C_i)$

.)  $C_S = I_{oz}(S) = I_{oz}(C_{y_1}) + I_{oz}(C_{y_2}) + I_{oz}(P_1) + I_{oz}(P_2) + I_{oz}(P_3)$

$$I_{oz}(P_1) = I_{oz}(P_i) \Big|_{\theta_i=0} = C_i \qquad I_{oz}(P_2) = I_{oz}(P_i) \Big|_{\theta_i=(\pi/2)+(\pi/6)} = \frac{3B_i}{4} + \frac{C_i}{4}$$

$$I_{oz}(P_3) = I_{oz}(P_i) \Big|_{\theta_i=-(\pi/2)-(\pi/6)} = \frac{3B_i}{4} + \frac{C_i}{4}$$

Donc  $C_S = M_1 \left( \frac{r_1^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) + M_2 \left( \frac{r_2^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) + \frac{3}{2} (B_i + C_i)$

.) Conclusion : On a  $B_S = C_S$  donc  $(O, \vec{x})$  est un axe de symétrie matérielle de révolution de la jante ( $S$ ) =  $\{C_{y_1}, C_{y_2}, P_1, P_2, P_3\}$

**II-2- Equilibrage d'une roue du ROBDRIVE :**

➤ **Question 7 :**

Traduire les deux conditions d'équilibrage dynamique pour l'ensemble  $\Sigma = \{\mathbf{R}_i, \mathbf{P}_{i1}, \mathbf{P}_{i2}\}$ , en déduire les quatre équations scalaires liant  $m_1, m_2, \theta_1, \theta_2$  et des données géométriques et d'inertie.

Soit  $\overline{O_R P_{i1}} = x_1 \bar{x}_R + y_1 \bar{y}_R + z_1 \bar{z}_R$  et  $\overline{O_R P_{i2}} = x_2 \bar{x}_R + y_2 \bar{y}_R + z_2 \bar{z}_R$

- 1<sup>ère</sup> condition d'équilibrage : le centre d'inertie  $G_\Sigma$  de l'ensemble  $\Sigma = \{\mathbf{R}_i, \mathbf{P}_{i1}, \mathbf{P}_{i2}\}$  doit être sur

l'axe de rotation  $(O_R, \bar{x}_R)$  donc :

$$\begin{cases} \bar{y}_R \cdot \overline{O_R G_\Sigma} = 0 \\ \bar{z}_R \cdot \overline{O_R G_\Sigma} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_R d + m_1 y_1 + m_2 y_2 = 0 \\ m_1 z_1 + m_2 z_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_R d + m_1 \rho \cos \theta_1 + m_2 \rho \cos \theta_2 = 0 & (1) \\ m_1 \rho \sin \theta_1 + m_2 \rho \sin \theta_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

- 2<sup>ème</sup> condition d'équilibrage : l'axe de rotation  $(O_R, \bar{x}_R)$  doit être un axe principal d'inertie de l'ensemble  $\Sigma = \{\mathbf{R}_i, \mathbf{P}_{i1}, \mathbf{P}_{i2}\}$  donc :

$$\begin{cases} F_\Sigma = \int_{p \in \Sigma} xy \, dm = F + m_1 x_1 y_1 + m_2 x_2 y_2 = 0 \\ E_\Sigma = \int_{p \in \Sigma} xz \, dm = E + m_1 x_1 z_1 + m_2 x_2 z_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F + m_1 \frac{L}{2} \rho \cos \theta_1 - m_2 \frac{L}{2} \rho \cos \theta_2 = 0 & (3) \\ E + m_1 \frac{L}{2} \rho \sin \theta_1 - m_2 \frac{L}{2} \rho \sin \theta_2 = 0 & (4) \end{cases}$$

➤ **Question 8 :**

Déterminer les expressions des masses  $m_1$  et  $m_2$  et des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

(3)+(L/2)\*(1) donne :  $F + m_R \frac{L}{2} d + m_1 L \rho \cos \theta_1 = 0$

(4)+(L/2)\*(2) donne :  $E + m_1 L \rho \sin \theta_1 = 0$

Alors  $\text{tg} \theta_1 = \frac{2E}{2F + m_R L d}$  et  $m_1 = \frac{1}{\rho L} \sqrt{\left(F + m_R \frac{L}{2} d\right)^2 + E^2}$

De même  $\text{tg} \theta_2 = \frac{2E}{2F - m_R L d}$  et  $m_2 = \frac{1}{\rho L} \sqrt{\left(F - m_R \frac{L}{2} d\right)^2 + E^2}$

**III- ETUDE CINEMATIQUE DANS UNE SITUATION PARTICULIERE :**

➤ **Question 9:**

- a) Déterminer dans la base  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$ , le vecteur vitesse  $\overline{V}(C_1 \in 1/0)$  en fonction de  $R$  et  $\dot{\psi}$ .
- b) En exprimant le roulement sans glissement au point de contact  $I_1$  entre  $(R_1)$  et  $(0)$ , déterminer dans la base  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$  le vecteur vitesse  $\overline{V}(C_1 \in 1/0)$  en fonction de  $r, a_1, b_1, \alpha_1, \dot{\psi}$  et  $\dot{\phi}_1$ .
- c) En exprimant le roulement sans glissement au point de contact  $I_2$  entre  $(R_2)$  et  $(0)$ , déterminer dans la base  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$  le vecteur vitesse  $\overline{V}(C_1 \in 1/0)$  en fonction de  $r, a_1, b_1, \alpha_2, \dot{\psi}$  et  $\dot{\phi}_2$ .

a)  $\overline{V}(C_1 \in 1/0) = R\dot{\psi}\bar{y}_1$

b) 
$$\overline{V}(C_1 \in 1/0) = \overline{V}(A_1 \in 1/0) + \overline{\Omega}(1/0) \wedge \overline{A_1C_1} = \underbrace{\overline{V}(I_1 \in R_1/0)}_0 + \overline{\Omega}(R_1/0) \wedge \overline{I_1A_1} + \overline{\Omega}(1/0) \wedge \overline{A_1C_1}$$

$$(\overline{V}(A_1 \in 1/0) = \overline{V}(A_1 \in R_1/0))$$

$$\overline{V}(C_1 \in 1/0) = (\dot{\phi}_1 \bar{u}_1 + \alpha_1 \bar{z}_0) \wedge r \bar{z}_0 + \dot{\psi} \bar{z}_0 \wedge (b_1 \bar{x}_1 - a_1 \bar{y}_1)$$

$$= -r\dot{\phi}_1 \bar{v}_1 + b_1 \dot{\psi} \bar{y}_1 + a_1 \dot{\psi} \bar{x}_1$$

$$\overline{V}(C_1 \in 1/0) = (a_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_1 \sin \alpha_1) \bar{x}_1 + (b_1 \dot{\psi} - r\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1) \bar{y}_1$$

c) De même :

$$\overline{V}(C_1 \in 1/0) = (a_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \sin \alpha_2) \bar{x}_1 - (b_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \cos \alpha_2) \bar{y}_1$$

➤ **Question 10:**

- a) Ecrire alors les quatre équations différentielles liant  $R, r, a_1, b_1, \alpha_1, \alpha_2, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$  et  $\dot{\psi}$ .
- b) Déterminer en fonction de  $R, a_1$  et  $b_1$ , les angles de braquage  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , commenter.
- c) Déterminer en fonction de  $R, a_1, b_1, r$  et  $\dot{\psi}$ , les vitesses angulaires  $\dot{\phi}_1$  et  $\dot{\phi}_2$  ( $\dot{\psi} > 0$ ).

a)

$$\begin{cases} a_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_1 \sin \alpha_1 = 0 & (1) \\ b_1 \dot{\psi} - r\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 = R\dot{\psi} & (2) \\ a_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \sin \alpha_2 = 0 & (3) \\ -(b_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \cos \alpha_2) = R\dot{\psi} & (4) \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} a_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_1 \sin \alpha_1 = a_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \sin \alpha_2 \\ b_1 \dot{\psi} - r\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 = -(b_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \cos \alpha_2) \\ a_1 \dot{\psi} + r\dot{\phi}_1 \sin \alpha_1 = 0 \\ b_1 \dot{\psi} - r\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 = R\dot{\psi} \end{cases}$$

ou ....

b)  $\text{tg} \alpha_1 = \frac{a_1}{R - b_1}$        $\text{tg} \alpha_2 = \frac{a_1}{R + b_1}$

D'après leurs expressions les angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont constants dans ce cas de plus  $\alpha_1 > \alpha_2$ .

c)  $\dot{\phi}_1 = \frac{-\dot{\psi}}{r} \sqrt{a_1^2 + (R - b_1)^2}$        $\dot{\phi}_2 = \frac{-\dot{\psi}}{r} \sqrt{a_1^2 + (R + b_1)^2}$

(d'après (1) et (3)  $\dot{\phi}_1$  et  $\dot{\phi}_2$  sont  $< 0$ , sur le schéma  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont positifs)

➤ **Question 11:**

- a) Montrer que chaque axe  $(A_i, \bar{u}_i)$  passe par le point  $K_0$ .
- b) Donner sans calcul, les expressions des angles  $\alpha_3$  et  $\alpha_4$  et des vitesses angulaires  $\dot{\phi}_3$  et  $\dot{\phi}_4$ .
- c) Sachant que  $a_1 = 0.603$  m et  $b_1 = 0.510$  m et  $\alpha_1 \in [-25^\circ, 25^\circ]$  calculer le rayon minimal  $R_{\min}$  du cercle que peut décrire le point  $C_1$ .

- a) On a  $\overline{V}(K_0 \in 1/0) = \vec{0}$  donc  $K_0$  représente le CIR du mouvement de (1) / à (0) donc on doit avoir  $\overline{V}(A_i \in 1/0) \perp \text{à } (K_0 A_i) \quad \forall i$   
 Or  $\overline{V}(A_i \in 1/0) = \overline{V}(A_i \in R_i / 0) = \underbrace{\overline{V}(I_i \in R_i / 0)}_{\vec{0}} + \overline{\Omega}(R_i / 0) \wedge \overline{I_i A_i} = -r\dot{\phi}_i \vec{v}_i$   
 Donc chaque axe  $(A_i, \vec{u}_i)$  passe par le point  $K_0$ .

b)  $\text{tg}\alpha_3 = -\text{tg}\alpha_2 = \frac{-a_1}{R + b_1}$        $\text{tg}\alpha_4 = -\text{tg}\alpha_1 = \frac{-a_1}{R - b_1}$

$\dot{\phi}_3 = \dot{\phi}_2 = \frac{-\dot{\psi}}{r} \sqrt{a_1^2 + (R + b_1)^2}$        $\dot{\phi}_4 = \dot{\phi}_1 = \frac{-\dot{\psi}}{r} \sqrt{a_1^2 + (R - b_1)^2}$

- c) Le rayon R est minimal quand  $\alpha_1$  est maximal donc

$\text{tg}\alpha_{1\text{Max}} = \frac{a_1}{R_{\text{min}} - b_1} \Rightarrow R_{\text{min}} = b_1 + \frac{a_1}{\text{tg}\alpha_{1\text{Max}}}$

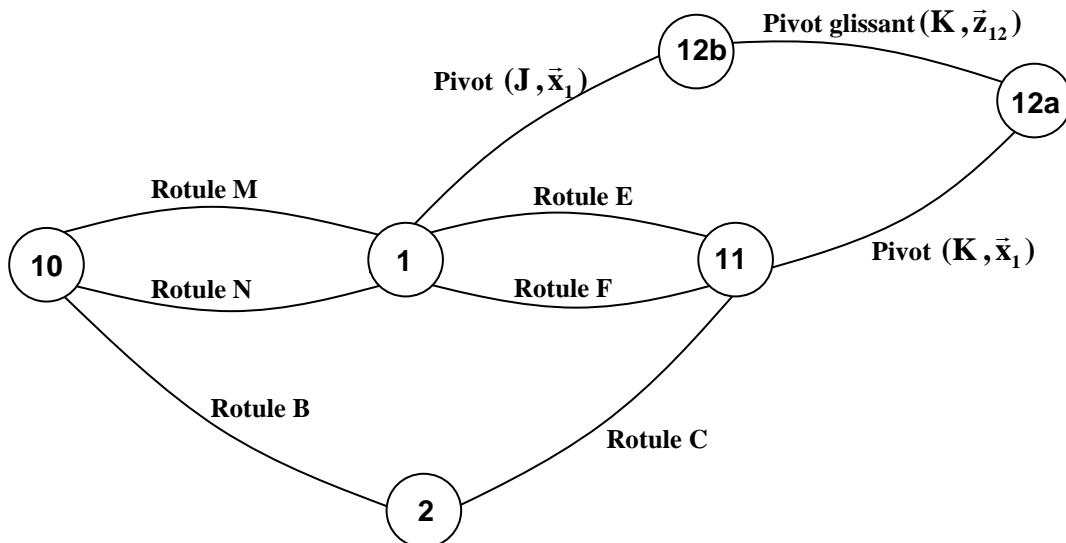
A.N :  $R_{\text{min}} = 0.510 + \frac{0.603}{\text{tg}(25^\circ)} = 1.803\text{m}$

**IV- ETUDE MECANIQUE DU SYSTEME DE SUSPENSION :**

**IV-1- Chaînes des solides :**

➤ **Question 12:**

Tracer le graphe des liaisons du système de suspension, on indiquera clairement la nature de chaque liaison et sa caractéristique géométrique

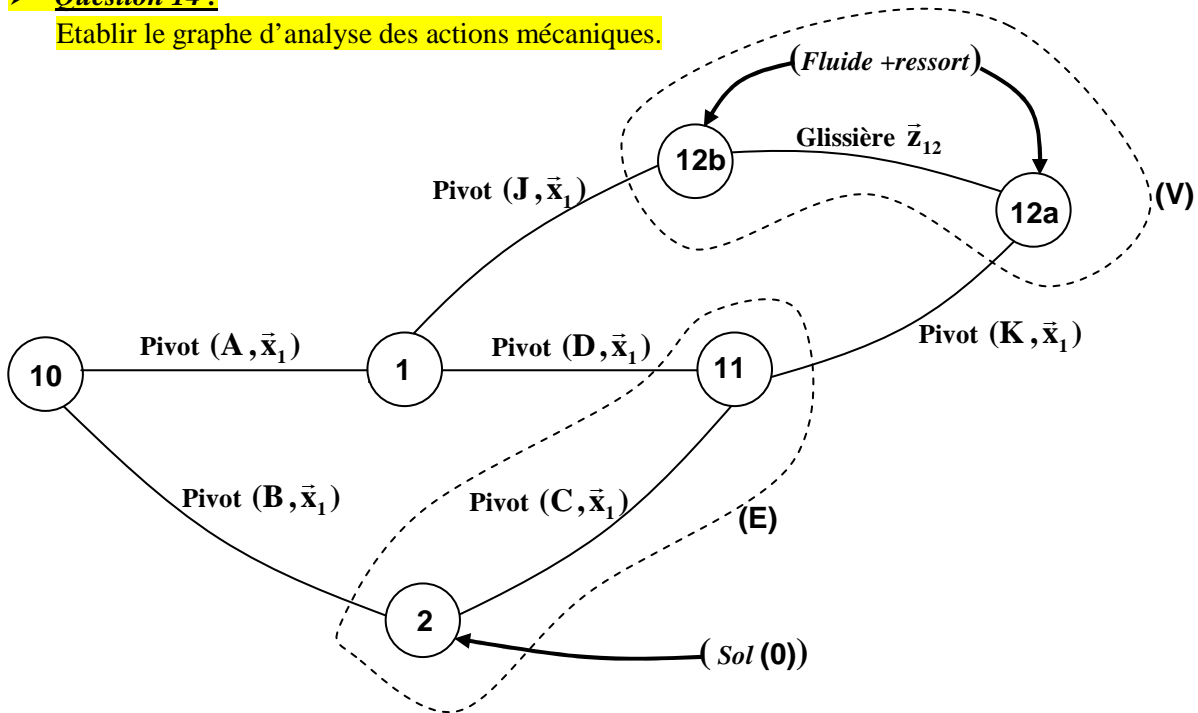




**IV-2- Etude statique du système de suspension**

➤ **Question 14 :**

Etablir le graphe d'analyse des actions mécaniques.



➤ **Question 15 :**

- a) Montrer que la résultante de l'action mécanique de la tige (12a) du vérin de suspension sur le triangle (11) peut se mettre sous la forme  $\overline{R}(12a \rightarrow 11) = R_{12a/11} \vec{z}_{12}$  ( $R_{12a/11}$  est en valeur algébrique).
- b) En appliquant le théorème de la résultante statique à la tige (12a) en projection sur  $\vec{z}_{12}$ , exprimer  $R_{12a/11}$  en fonction de  $F_{vé}$ .
- c) Montrer que la résultante de l'action mécanique du triangle (10) sur la roue (2) peut se mettre sous la forme  $\overline{R}(10 \rightarrow 2) = R_{10/2} \vec{y}_{10}$  ( $R_{10/2}$  est en valeur algébrique).
- d) En appliquant le théorème du moment statique au point C, à la roue (2) déterminer la relation liant  $R_{10/2}$ ,  $P_i$ ,  $\alpha$  et des données géométriques.

a) En isolant l'ensemble vérin (V) = {12a, 12b} et tenant compte des hypothèses de l'énoncé celui-ci est en équilibre sous l'action de deux glisseurs :

$$\{\tau(1 \rightarrow 12b)\} = \left\{ \begin{matrix} \overline{R}(1 \rightarrow 12b) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_J \quad \text{et} \quad \{\tau(11 \rightarrow 12a)\} = \left\{ \begin{matrix} \overline{R}(11 \rightarrow 12a) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_K$$

Donc les deux forces  $\overline{R}(1 \rightarrow 12b)$  et  $\overline{R}(11 \rightarrow 12a)$  sont directement opposées, elles ont la même direction qui est la droite (JK) d'où  $\overline{R}(12a \rightarrow 11) = -\overline{R}(11 \rightarrow 12a) = R_{12a/11} \vec{z}_{12}$

b) le TRS appliqué à la tige (12a) en projection sur  $\vec{z}_{12} \Rightarrow \vec{z}_{12} \cdot \overline{R}(12a \rightarrow 12a) = 0$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{z}_{12} \cdot \overline{R}(11 \rightarrow 12a)}_{-R_{12a/11}} + \underbrace{\vec{z}_{12} \cdot \overline{R}(12b \rightarrow 12a)}_0 + \underbrace{\vec{z}_{12} \cdot \overline{R}(\text{fluide} + \text{ressort} \rightarrow 12a)}_{-F_{vé}} = 0$$

$$\Rightarrow -R_{12a/11} - F_{vé} = 0 \quad \text{d'où :}$$

$$R_{12a/11} = -F_{vé}$$



c) De même qu'en a) en isolant le triangle inferieur (10) celui-ci est en équilibre sous l'action de deux forces  $\vec{R}(1 \rightarrow 10)$  et  $\vec{R}(2 \rightarrow 10)$  ces deux forces sont donc directement opposées ,elles ont la même direction qui est la droite (AB),

d'où  $\vec{R}(10 \rightarrow 2) = -\vec{R}(2 \rightarrow 10) = R_{10/2} \vec{y}_{10}$

d) Le TMS appliqué à (2) au point C  $\Rightarrow \vec{M}_C(\vec{2} \rightarrow 2) = \vec{0}$

$\Rightarrow \underbrace{\vec{M}_C(11 \rightarrow 2)}_{\vec{0}} + \vec{M}_C(0 \rightarrow 2) + \vec{M}_C(10 \rightarrow 2) = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{CI} \wedge \vec{R}(0 \rightarrow 2) + \vec{CB} \wedge \vec{R}(10 \rightarrow 2) = \vec{0}$

ce qui donne  $l_2 P_i + (-e \sin \alpha + l_1 \cos \alpha) R_{10/2} = 0$

➤ **Question 16 :**

En isolant l'ensemble **(E) = {2,11}**, déterminer l'effort du vérin  $F_{vé}$  en fonction de  $P_i$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et des données géométriques.

On applique à l'ensemble **(E) = {2,11}** le TMS au point D :  $\vec{M}_D(\vec{E} \rightarrow E) = \vec{0}$

$\Rightarrow \underbrace{\vec{M}_D(1 \rightarrow 11)}_{\vec{0}} + \vec{M}_D(0 \rightarrow 2) + \vec{M}_D(10 \rightarrow 2) + \vec{M}_D(12a \rightarrow 11) = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{DI} \wedge \vec{R}(0 \rightarrow 2) + \vec{DB} \wedge \vec{R}(10 \rightarrow 2) + \vec{DK} \wedge \vec{R}(12a \rightarrow 11) = \vec{0}$

ce qui donne  $l_{10} P_i \cos \alpha - (H \cos \beta + \delta \sin \beta) F_{vé} = 0$

d'où  $F_{vé} = \frac{l_{10} P_i \cos \alpha}{H \cos \beta + \delta \sin \beta}$

**V- ETUDE GRAPHIQUE DE LA CINEMATIQUE DU SYSTEME DE DIRECTION :**

➤ **Question 17 :**

a) Quelle est la direction du vecteur vitesse  $\vec{V}(C_5 \in 5/1)$ , justifier votre réponse.

b) Déterminer graphiquement le vecteur vitesse  $\vec{V}(C_5 \in 5/1)$ .

➤ **Question 18 :**

Déterminer graphiquement le vecteur vitesse  $\vec{V}(A_5 \in 5/1)$ .

➤ **Question 19:**

Déterminer graphiquement, les vecteurs vitesse  $\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)$  et  $\vec{V}(A_5 \in 4a/1)$ , indiquer la norme de  $\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)$ .

(voir DR3)

**VI- ASSERVISSEMENT EN VITESSE DES ROUES :**

**VI-1- Etude mécanique préliminaire :**

➤ **Question 20 :**

a) Déterminer le rapport de réduction  $n_1 = \frac{\omega_{PS}}{\omega_m}$  du réducteur épicycloïdal.

b) Calculer le rapport de réduction global  $n = \frac{\omega_R}{\omega_m}$ .

a) Par rapport au porte satellite (PS) on a :

$$\frac{\omega_{(C/PS)}}{\omega_{(m/PS)}} = \frac{-Z_m}{Z_C} \Rightarrow \frac{-\omega_{(PS/C)}}{\omega_{(m/C)} - \omega_{(PS/C)}} = \frac{-\omega_{PS}}{\omega_m - \omega_{PS}} = \frac{-Z_m}{Z_C}$$

d'où  $n_1 = \frac{\omega_{PS}}{\omega_m} = \frac{Z_m}{Z_C + Z_m} = \frac{1}{3}$

b) le rapport de réduction global est  $n = n_1 \cdot n_2 = \frac{1}{15}$

➤ **Question 21 :**

Sachant que le moment d'inertie de l'arbre moteur ( $A_m$ ) par rapport à son axe est noté  $J_m$ , déterminer l'expression du moment d'inertie équivalent noté  $J_{mr \text{ éq}}$  de l'ensemble (**arbre moteur ( $A_m$ ) + réducteur épicycloïdal + réducteur cyclo**) ramené sur l'axe de l'arbre moteur ( $A_m$ ).

L'énergie cinétique de l'ensemble (**arbre moteur ( $A_m$ ) + réducteur épicycloïdal + réducteur cyclo**) est :

$$E_C = \frac{1}{2} (J_m \omega_m^2 + J_{rép} \omega_{rép}^2 + J_{rcy} \omega_R^2) = \frac{1}{2} (J_m \omega_m^2 + n_1^2 J_{rép} + n^2 J_{rcy}) \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_{mr \text{ éq}} \omega_m^2$$

d'où  $J_{mr \text{ éq}} = J_m \omega_m^2 + n_1^2 J_{rép} + n^2 J_{rcy}$

➤ **Question 22 :**

a) Exprimer  $V$  en fonction de  $\omega_m$ .

b) Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble ( $\Sigma_{Rob}$ ) dans son mouvement par rapport au sol ( $0$ ).

a) Le RSG au point  $I_i \Rightarrow \vec{V}(I_i \in R_i / 0) = \vec{0} = \vec{V}(A_i \in R_i / 0) + \vec{I_i A_i} \wedge \vec{\Omega}(R_i / 0)$

Ce qui donne  $V = r \cdot \omega_R = n \cdot r \cdot \omega_m$

b) L'énergie cinétique :

$$T(\Sigma_{Rob} / 0) = \frac{1}{2} (M_c V^2 + 4mV^2 + 4J_{mr} \omega_m^2)$$

➤ **Question 23 :**

Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble ( $\Sigma_{Rob}$ ) dans son mouvement par rapport au sol ( $0$ ) (On distinguera clairement les puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à ( $\Sigma_{Rob}$ )), puis montrer que l'équation obtenue peut se mettre sous la forme :  $J_{éq} \frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_{ré}$  et indiquer les expressions de  $J_{éq}$  et  $C_{ré}$ .

Le TEC appliqué à l'ensemble (E) dans sont mvt / à ( $0$ ) donne :  $\frac{d}{dt} T(\Sigma_{Rob} / 0) = P_{ext}(\Sigma_{Rob}) + P_{int}(\Sigma_{Rob})$

$$P_{ext}(\Sigma_{Rob}) = P(\overline{\Sigma_{Rob}} \rightarrow \Sigma_{Rob} / 0) = \underbrace{P(\text{pes} \rightarrow \Sigma_{Rob} / 0)}_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^4 P(0 \rightarrow R_i / 0)}_0 \text{ (RSG)} - F_r \cdot V = -F_r \cdot V$$

$$P_{int}(\Sigma_{Rob}) = 4C_m \omega_m + \underbrace{P_{liaisons}}_0$$

tenant compte de  $V = n \cdot r \cdot \omega_m$  on aura  $((M_c + 4m) n^2 r^2 + 4J_{mr}) \omega_m \dot{\omega}_m = 4C_m \omega_m - nr F_r \omega_m$

d'où :  $J_{éq} \frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_{ré}$

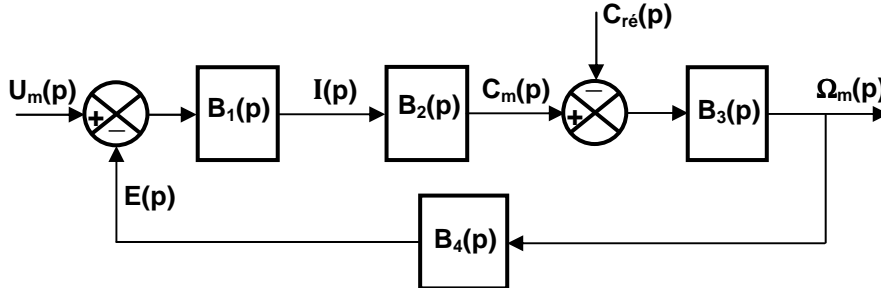
avec  $J_{éq} = \left(\frac{M_c}{4} + m\right) n^2 r^2 + J_{mr}$  et  $C_{ré} = \frac{nr F_r}{4}$

**VI-2- Asservissement :**

**VI-2-1- Modélisation du moteur électrique :**

➤ **Question 24 :**

Ecrire les transformées de Laplace des équations régissant le comportement du moteur électrique puis indiquer les expressions littérales des transmittances  $B_1(p)$ ,  $B_2(p)$ ,  $B_3(p)$  et  $B_4(p)$  du schéma fonctionnel suivant :



.) Les transformées de Laplace des équations régissant le comportement du moteur sont :

$$U_m(p) = E(p) + R.I(p) + Lp.I(p) \quad ; \quad J_{\text{eq}} p \Omega_m(p) = C_m(p) - f . \Omega_m(p) - C_{\text{ré}}(p)$$

$$E(p) = k . \Omega_m(p) \quad ; \quad C_m(p) = k.I(p)$$

.) Les transmittances  $B_i(p)$  sont :

$$B_1(p) = \frac{1}{R + Lp} \quad ; \quad B_2(p) = k \quad ; \quad B_3(p) = \frac{1}{f + J_{\text{eq}} \cdot p} \quad ; \quad B_4(p) = k$$

➤ **Question 25 :**

a) Pour  $C_{\text{ré}}(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert du moteur  $M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ , écrire cette

fonction sous sa forme canonique, déterminer les expressions littérales de ses constantes caractéristiques (gain statique  $K_m$ , pulsation propre  $\omega_n$  et coefficient d'amortissement  $z$ ), puis faire l'application numérique et indiquer les unités.

b) Monter sans effectuer aucun calcul, qu'on peut mettre  $M(p)$  sous la forme :

$$M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad \text{avec } T_1 \text{ et } T_2 \text{ des réels positifs.}$$

c) On peut définir pour le moteur deux constantes de temps :

$$\tau_e = \frac{L}{R} \quad : \quad \text{constante du temps électrique ;}$$

$$\tau_m = \frac{R.J_{\text{eq}}}{R.f + k^2} \quad : \quad \text{constante du temps mécanique .}$$

$$\text{Ainsi on peut approcher la fonction de transfert } M(p) \text{ à } M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)} .$$

Calculer les valeurs numériques de  $\tau_e$  et  $\tau_m$  puis vérifier que cette approximation est valable.

d) Donner l'allure de la réponse  $\omega_m(t)$  du moteur à un échelon unitaire de tension  $u_m(t) = u(t)$ , indiquer les valeurs numériques des caractéristiques de cette réponse.

$$a) \quad M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{B_1 B_2 B_3}{1 + B_1 B_2 B_3 B_4} = \frac{\frac{k}{k^2 + Rf}}{1 + \left(\frac{RJ_{\acute{e}q} + Lf}{k^2 + Rf}\right)p + \left(\frac{LJ_{\acute{e}q}}{k^2 + Rf}\right)p^2} = \frac{K_m}{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2}$$

$$.) \quad \text{Gain statique } K_m = \frac{k}{k^2 + Rf} ; \quad \text{Pulsation propre } \omega_n = \sqrt{\frac{k^2 + Rf}{LJ_{\acute{e}q}}}$$

$$\text{Coefficient d'amortissement } z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k^2 + Rf}{LJ_{\acute{e}q}}} \frac{RJ_{\acute{e}q} + Lf}{k^2 + Rf} = \frac{RJ_{\acute{e}q} + Lf}{2\sqrt{LJ_{\acute{e}q}(k^2 + Rf)}}$$

$$.) \quad \text{A.N : } K_m = 3.8 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} ; \quad \omega_n = 35.833 \text{ rad/s} ; \quad z = 4.28$$

b) On a  $z > 1$  donc  $M(p)$  admet deux pôles réels, alors on peut mettre  $M(p)$  sous la forme :

$$M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

$$c) \quad \tau_e = \frac{L}{R} = 0.0033 \text{ s} ; \quad \tau_m = \frac{R \cdot J_{\acute{e}q}}{R \cdot f + k^2} = 0.2388 \text{ s}$$

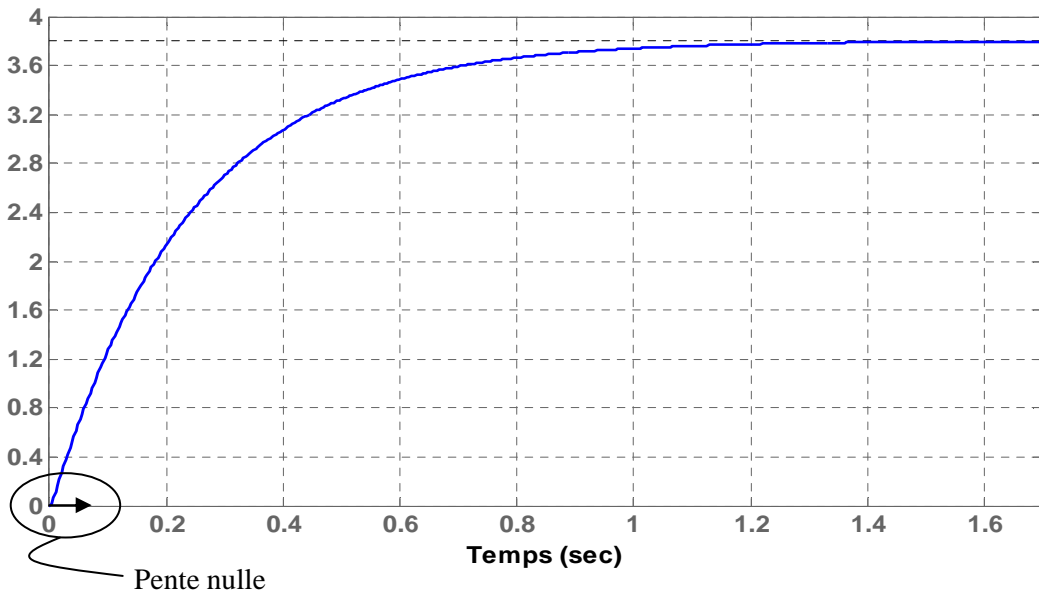
$$\text{L'approximation est valable si } \begin{cases} \tau_e + \tau_m \approx (T_1 + T_2 = 2z / \omega_n) \\ \tau_e \cdot \tau_m \approx (T_1 \cdot T_2 = 1 / \omega_n^2) \end{cases}$$

$$\text{On a } \tau_e + \tau_m = 0.2421 \text{ et } T_1 + T_2 = 2z / \omega_n = 0.2389$$

$$\text{Et } \tau_e \cdot \tau_m = 0.000788 \text{ et } T_1 \cdot T_2 = 1 / \omega_n^2 = 0.0007881$$

Donc **valable**.

d) On a  $z > 1$  donc on a un régime apériodique :



$$\omega_m(\infty) = 3.8 \text{ rad/s} ; \quad \omega'_m(0) = 0$$

➤ **Question 26 :**

On suppose toujours que  $C_{re} = 0$ , déterminer la fonction de transfert  $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)}$ , montrer qu'on

peut la mettre sous la forme canonique :  $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)}$ , indiquer les expressions

littérales de  $K_i$  et  $\tau_i$  puis faire l'application numérique (indiquer les unités).

$$H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{B_1}{1 + B_1 B_2 B_3 B_4} = \frac{f + J_{\acute{e}q} p}{(R + Lp)(f + J_{\acute{e}q} p) + k^2}$$

$$= \frac{\frac{f}{k^2 + Rf} \left( 1 + \frac{J_{\acute{e}q}}{f} p \right)}{1 + \frac{RJ_{\acute{e}q} + Lf}{k^2 + Rf} p + \frac{LJ_{\acute{e}q}}{k^2 + Rf} p^2} = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)}$$

Avec  $K_i = \frac{f}{k^2 + Rf}$ ,  $\tau_i = \frac{J_{\acute{e}q}}{f}$  et  $\tau_e$  et  $\tau_m$  sont précédemment définies.

**A.N :**  $K_i = 0.156 \text{ A.V}^{-1} = 0.156 \text{ } \Omega^{-1}$  ;  $\tau_i = 3.33 \text{ s}$

➤ **Question 27:**

a) Le cahier des charge en terme de courant est il respecté ? Justifier votre réponse.

b) vérifier en utilisant la courbe l'exactitude de la valeur du gain statique  $K_i$  trouvée à la **question 26**.

a) En régime transitoire, la réponse présente un pic de courant de valeur  $i_{Max} = 170 \text{ A} \gg 20 \text{ A}$ , donc le cahier des charge en terme de courant est non satisfait.

b) On a  $i(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pI(p) = \lim_{p \rightarrow 0} pH_C(p)U_m(p) = \lim_{p \rightarrow 0} pH_C(p) \frac{U_n}{p} = K_i U_n$

$i(\infty) = 83.K_i = 13 \text{ A}$  donc  $K_i = 13/83 = 0.156 \text{ A.V}^{-1} = 0.156 \text{ } \Omega^{-1}$ .

➤ **Question 28 :**

a) On soumet le moteur à un échelon de tension d'amplitude  $U_n$  ( $u_m(t) = U_n.u(t)$ ), déterminer en fonction de  $K_i$ ,  $U_n$ ,  $\tau_m$  et  $\tau_i$  la réponse  $i(t)$  à cette échelon.

b) Quelles sont : la valeur initiale, la valeur finale et la pente à l'origine de la réponse  $i(t)$  ?

c) Pour  $U_n = 83\text{V}$ , et tenant compte des valeurs numériques de  $K_i$ ,  $\tau_m$  et  $\tau_i$ , représenter sur la **figure 14 du document réponse DR4** la réponse  $i(t)$ .

d) Comparer à la réponse précédente (**figure b**), conclure quant à l'approximation faite.

a) On a  $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_m p)} \Rightarrow I(p) = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_m p)} U_m(p)$

$u_m(t) = U_n.u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} U_m(p) = U_n / p$  donc :

$$I(p) = \frac{K_i U_n (1 + \tau_i p)}{p(1 + \tau_m p)} = K_i U_n \left( \frac{1}{p} + \frac{\tau_i - \tau_m}{(1 + \tau_m p)} \right) = K_i U_n \left( \frac{1}{p} + \frac{\tau_i - \tau_m}{\tau_m \left( p + \frac{1}{\tau_m} \right)} \right)$$

D'où  $i(t) = K_i U_n \left( 1 + \frac{\tau_i - \tau_m}{\tau_m} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau_m}\right) \right) \cdot u(t)$

b) valeur initiale :  $i(0) = K_i U_n \left( 1 + \frac{\tau_i - \tau_m}{\tau_m} \right) = K_i U_n \frac{\tau_i}{\tau_m}$  ; valeur finale :  $i(\infty) = K U_n$

pende à l'origine :  $i'(0) = -K_i U_n \left( \frac{\tau_i - \tau_m}{\tau_m^2} \right)$

c) A.N :  $i(0) = 180.5 \text{ A}$  ;  $i(\infty) = 13 \text{ A}$  ;  $i'(0) = -704.7 \text{ A.s}^{-1}$  ( $\approx -140/0.2$ )  
pour le tracé voir **figure 14 doc réponse DR3**.

e) Les deux réponses se ressemblent notamment dès qu'on s'éloigne de  $t = 0$ . D'autre part le pic de courant au démarrage est de 180.5A valeur proche de celle de la réponse précédente, donc on peut négliger la constante du temps électrique  $\tau_e$ .

**Question 29 :**

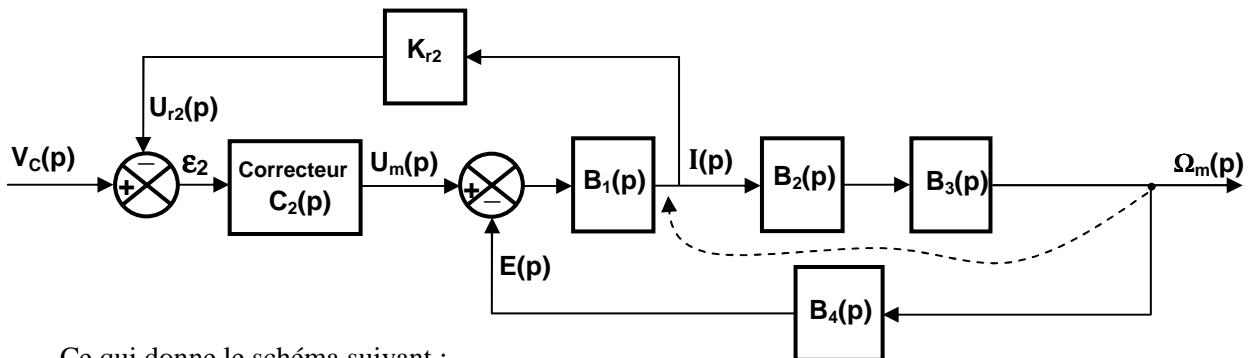
a) On suppose par la suite que le **couple résistant  $C_{r\epsilon}$  est nul**, et on **néglige toujours la constante du temps électrique  $\tau_e$** , montrer qu'on peut transformer le schéma fonctionnel de la **figure c** ainsi :

b) Indiquer l'expression de la transmittance  $B_5(p)$ .

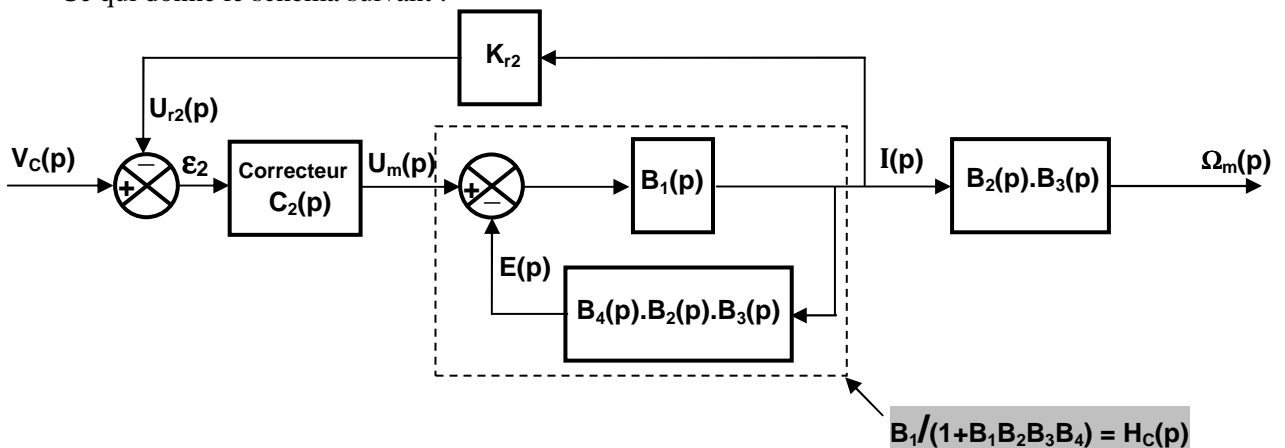
c) Déterminer en fonction de  $K_i, \tau_m$  et  $\tau_i$ , la fonction de transfert en boucle fermée de courant

$H_{B_{Fi}}(p) = \frac{I(p)}{V_c(p)}$ , indiquer son ordre et déterminer la valeur numérique de son gain statique  $K_{B_{Fi}}$ .

a) On applique au schéma blocs de la **figure c** la transformation suivante



Ce qui donne le schéma suivant :



D'où la transformation demandée.

b) La transmittance  $B_5(p)$  est  $B_5(p) = B_2(p).B_3(p) = \frac{k}{f + J_{\text{eq}}.p}$

c) .)  $H_{B_{Fi}}(p) = \frac{I(p)}{V_c(p)} = \frac{C_2(p).H_C(p)}{1 + C_2(p).H_C(p).K_{r2}} = \frac{(5/p).H_C(p)}{1 + (25/p).H_C(p)} = \frac{5.H_C(p)}{p + 25.H_C(p)}$

On a  $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_m p)} \Rightarrow H_{BFI}(p) = \frac{I(p)}{V_C(p)} = \frac{5K_i(1 + \tau_i p)}{p(1 + \tau_m p) + 25K_i(1 + \tau_i p)}$

) Ordre de  $H_{BFI}(p)$  est  $n = 2$ , son gain statique est :

$$K_{BFI} = H_{BFI}(0) = \frac{5.K_i}{25.K_i} = 1/5 = 0.2 \text{ A.V}^{-1} = 0.2 \Omega^{-1}$$

d) Pendant le régime transitoire le courant augmente progressivement, il n'y a pas de pic de courant dans ce cas. En régime établi la valeur atteinte est  $16.6 \text{ A} < 20 \text{ A}$ , donc le cahier des charges en terme de courant est satisfait.

A noter aussi que cette réponse ressemble à celle d'un système de premier ordre.

➤ **Question 30 :**

a) Montrer qu'on peut approcher la fonction de transfert  $H_{BFI}(p)$  à celle d'un système de premier ordre :

$$H_{BFI}(p) = \frac{I(p)}{V_C(p)} = \frac{K_{BFI}}{1 + \tau_{BFI} \cdot p}$$

b) Déterminer les valeurs numériques de  $K_{BFI}$  et  $\tau_{BFI}$  (indiquer les unités).

a) Quand  $\omega \rightarrow 0$  le diagramme de gain de  $H_{BFI}(p)$  admet une asymptote de pente nulle et celui de phase admet comme asymptote  $0^\circ$ .

Quand  $\omega \rightarrow \infty$  le diagramme de gain de  $H_{BFI}(p)$  admet une asymptote de pente  $-20\text{dB/déc}$  et celui de phase admet comme asymptote  $-90^\circ$ .

Pour la pulsation de cassure la phase vaut  $-45^\circ$  et l'écart de la courbe du gain par rapport aux asymptotes  $\approx 3\text{dB}$ .

Donc on peut approcher  $H_{BFI}(p)$  à celle d'un système de premier ordre.

b)  $H_{BFI}(p) = \frac{I(p)}{V_C(p)} = \frac{K_{BFI}}{1 + \tau_{BFI} \cdot p}$

)  $20 \cdot \log(K_{BFI}) = -14\text{dB}$  donc  $K_{BFI} = 10^{-14/20} = 0.2 \text{ A.V}^{-1}$

) pour  $\omega = 1/\tau_{BFI}$  la phase vaut  $-45^\circ$  donc  $\tau_{BFI} = 1/60 = 0.0167 \text{ s}$ .

➤ **Question 31:**

a) En régime permanent, on espère pour cet asservissement avoir  $\omega_i = \omega_{ic}$  et  $\varepsilon_1 = 0$ , montrer que le gain de l'adaptateur doit être tel que  $K_a = K_{r1}/n$ .

b) Transformer le schéma fonctionnel de cet asservissement pour le mettre sous la forme :

c) Indiquer l'expression de  $B_6(p)$ .

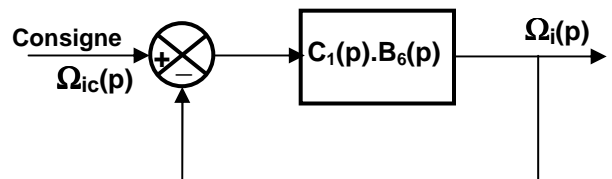
a) En régime permanent, on espère pour cet asservissement avoir  $\omega_i = \omega_{ic}$  et  $\varepsilon_1 = 0$  ( $u_{r1} = u_c$ ) ;

On a  $u_c = K_a \cdot \omega_i$  et  $u_{r1} = K_{r1} \cdot \omega_i = (K_{r1}/n) \cdot \omega_m$  d'où  $K_a = (K_{r1}/n)$ .

b) En appliquant au schéma blocs de l'asservissement les deux transformations successives :

- Déplacement du point de prélèvement de  $\Omega_m(p)$  à droite ;
- Puis rendre le schéma à retour unitaire.

Et tenant compte de la relation  $K_a = (K_{r1}/n)$ , on aboutit au schéma blocs ci-contre :



c)  $B_6(p) = H_{BFI}(p) \cdot B_5(p) \cdot K_{r1}$

➤ **Question 32:**

- a) Quelle est la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO1}(p)$  de l'asservissement de vitesse ?
- b) La **figure 15 du document réponse DR4** représente les diagrammes de Bode de  $H_{BO1}(p)$  non corrigée ( $K_1 = 1$ ),
  - Indiquer sur ce document la marge de phase  $MP_0$  du système, quelle est sa valeur ?
  - Quelle est la marge du gain  $MG$  du système ?
  - Indiquer sur ce document le gain du correcteur  $K_{1dB}$  en décibel, pour régler la marge de phase du système à  $MP_1 = 45^\circ$ , indiquer de même  $MP_1$  sur le document.
  - Calculer la valeur réelle de  $K_1$ .
- c) Quelle est après correction du système, l'erreur statique  $\epsilon_s$  de l'asservissement à un échelon de consigne de vitesse d'amplitude  $\omega_0$  ( $\omega_c(t) = \omega_0.u(t)$ ) ?
- d) La correction proportionnelle satisfait elle le cahier des charges en terme de stabilité et précision ?

a) 
$$H_{BO1}(p) = C_1(p).B_6(p) = \frac{70.K_1}{(1 + 0.0167p)(1 + 3.33p)}$$

b) Voir **figure 15 document réponse DR3** ;

- $MP_0 = 73^\circ$  ;
- $MG = \infty$  ;
- $K_{1dB} = 12dB$  ;
- $K_1 = 10^{12/20} = 3.98 \approx 4$ .

c)  $\epsilon_s = \omega_0 / (1 + K_{BO}) = \omega_0 / (1 + 70.K_1) = \omega_0 / 281$ .

d) La stabilité est satisfaite par contre la précision non.

➤ **Question 33:**

- a) Pour  $K_c = 1$ , rappeler l'effet du correcteur P.I. sur la précision et la stabilité du système.
- b) On choisit  $K_c = 4$  et  $T_i = 20s$ , justifier ce choix.
- c) Que devient la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO2}(p)$  du système, indiquer son ordre, son gain et sa classe.
- e) Quelle est après correction du système, l'erreur statique  $\epsilon_s$  de l'asservissement à un échelon de consigne de vitesse d'amplitude  $\omega_0$  ( $\omega_c(t) = \omega_0.u(t)$ ) ?
- d) Sur la **figure 16 du document réponse DR5** tracer les diagrammes **asymptotiques** de Bode de **gain et de phase** de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO2}(p)$  du système, puis tracer la **courbe réelle de gain** et indiquer sur ce document la **marge de phase  $MP_2$**  du système.

a) Pour  $K_c = 1$ , le correcteur PI améliore la précision à stabilité constante.

b) .) On choisit  $K_c = K_1 = 4$ , pour régler la marge de phase du système à 45, c'est la valeur de  $K_1$  trouvée à la **question 39**.

.) On choisit  $T_i = 20s$  car pour ne pas influencer la stabilité du système il faut que  $1/T_i \ll \omega_{e1}$  à la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO après avoir réglé la marge de phase ( $\omega_{e1} = 60$  rad/s).

c) 
$$H_{BO2}(p) = C_1(p).B_6(p) = \frac{70 \times 4 \times (1 + 20p)}{20p(1 + 0.0167p)(1 + 3.33p)} = \frac{14(1 + 20p)}{p(1 + 0.0167p)(1 + 3.33p)}$$

Ordre de  $H_{BO2}(p)$  est  $n = 3$  ; gain  $K_{BO2} = 14$  ; classe : 1.

e)  $H_{BO2}(p)$  est de classe 1 donc  $\epsilon_s = 0$ .



f) Voir **figure 16 document réponse DR4**

La marge de phase reste inchangée  $MP_2 = MP_1 = 45^\circ$ .

➤ **Question 34 :**

a) Le système corrigé satisfait il toutes les exigences du cahier des charges ? (Justifier)

b) Déterminer le temps de réponse à 5%, et indiquer le sur le document réponse.

c) A quel système peut on identifier la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement, calculer ses constantes caractéristiques. (on pourra notamment utiliser la **figure f** ci-dessous)

a) .) on a utilisé un moteur asservis en courant qui assure  $i_{Max} < 20$  A

.) le correcteur PI assure une marge de phase  $MP_2 = 45^\circ$  et une erreur statique à un échelon  $\epsilon_s = 0$  ;

.) d'après la réponse indicielle **figure 17 doc DR5** le premier dépassement relatif est  $D_1 = 23\%$  qui est bien inférieur à 25%.

Donc toutes les exigences du cahier des charges sont satisfaites.

b) On trouve graphiquement  $t_{r5\%} = 0.104$  s ( $\approx 0.1$ s).

c) La fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement peut être identifiée à un système de second ordre :

$$H_{BF} = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2z_{BF}}{\omega_{nBF}} p + \frac{1}{\omega_{nBF}^2} p^2}$$

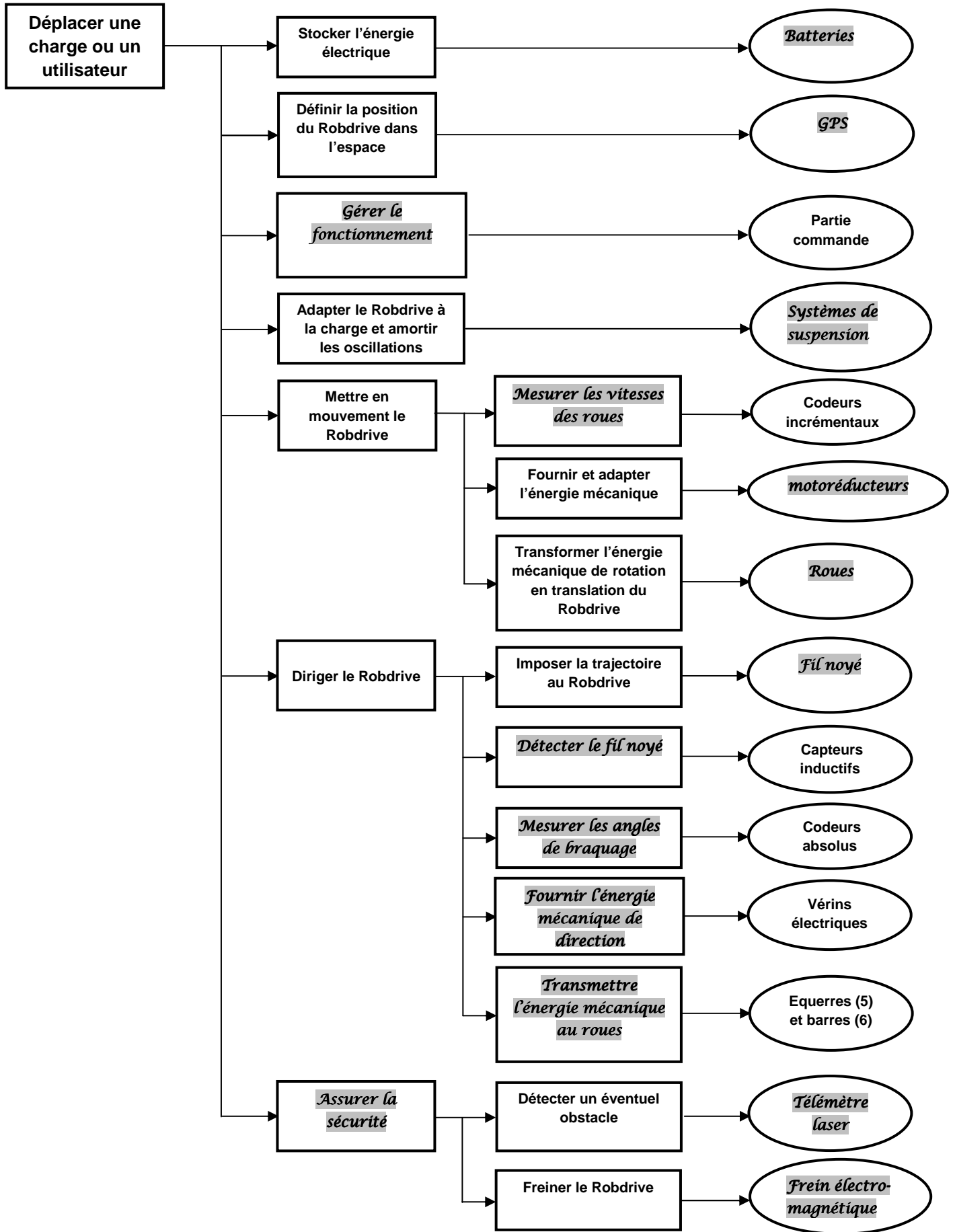
.)  $\omega_i(\infty) = 1 = 1.K_{BF}$  donc  $K_{BF} = 1$  ;

.) on a  $D_1 = 23\%$  donc d'après la courbe de la **figure f** de l'énoncé  $z_{BF} = 0.425$  ;

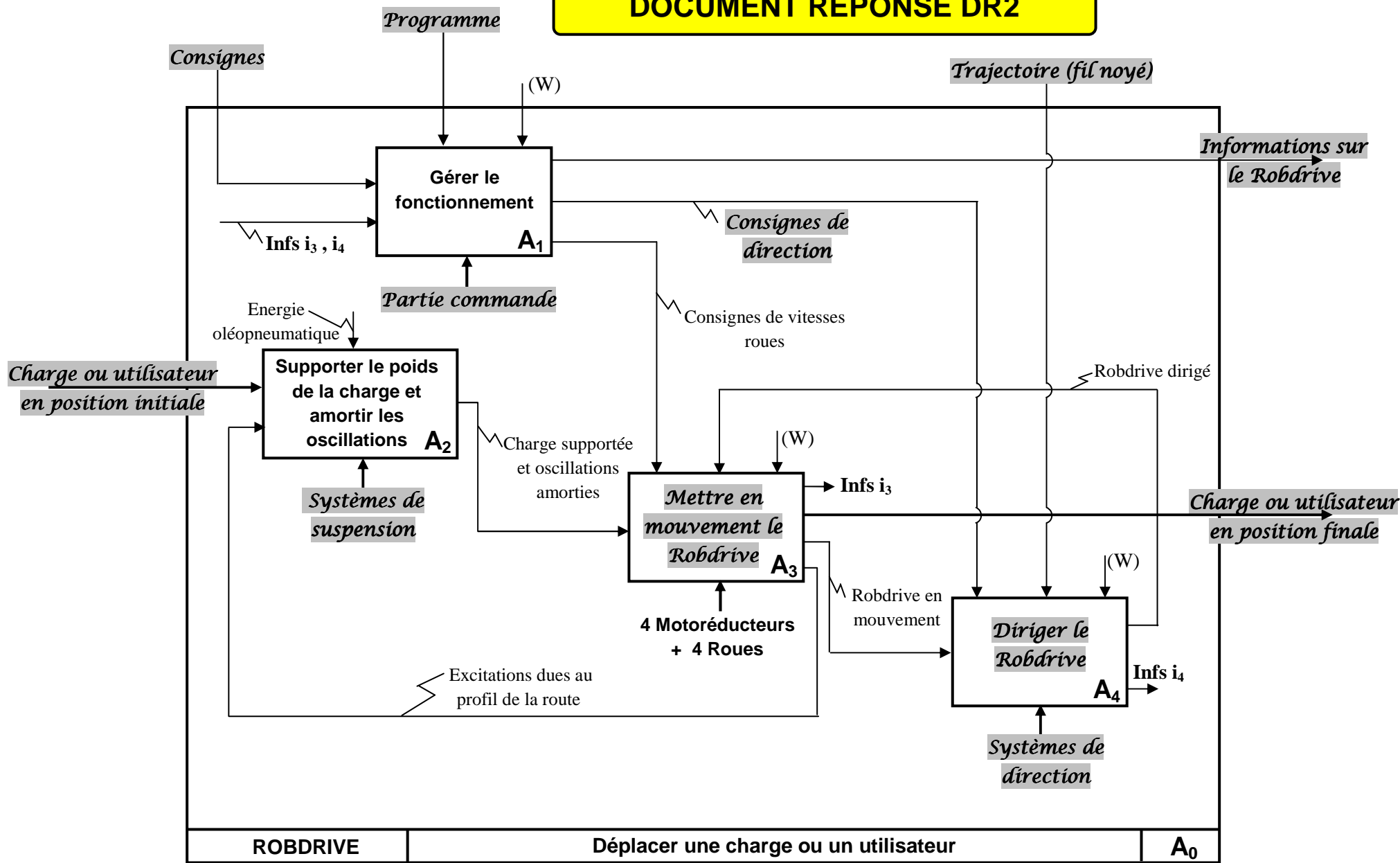
.) le premier dépassement à lieu à l'instant  $t_1 = 0.048$  s ( $\approx 0.05$  s) =  $\frac{\pi}{\omega_{nBF} \sqrt{1 - z_{BF}^2}}$

Donc  $\omega_{nBF} = 72.3$  rad/s

**DOCUMENT REPONSE DR1**



**DOCUMENT REPONSE DR2**



**DOCUMENT REPONSE DR3**

Echelle des vitesses : 1mm → 1mm/s

Justification des tracés :

➤ **Question 17 :**

a)  $\vec{V}(C_5 \in 5/1) \perp \hat{a}(B_5C_5)$  car  $B_5$  est le CIR du mouvement de (5) / à (1).

b) On a  $\vec{V}(C_5 \in 5/1) = \vec{V}(C_5 \in 6/1)$  car  $L(6/5) = \text{pivot}(C_5, \bar{z}_1)$

De même  $\vec{V}(D_7 \in 7/1) = \vec{V}(D_7 \in 6/1)$ . L'équiprojectivité appliquée à (6) ⇒

$$\overline{D_7C_5} \cdot \vec{V}(D_7 \in 6/1) = \overline{D_7C_5} \cdot \vec{V}(C_5 \in 6/1) \text{ Ce qui donne } \vec{V}(C_5 \in 5/1)$$

➤ **Question 18 :**

$\vec{V}(A_5 \in 5/1) \perp \hat{a}(B_5A_5)$  car  $B_5$  est le CIR du mouvement de (5) / à (1).

La méthode du triangle des vitesses (méthode du CIR) appliquée à (5) donne  $\vec{V}(A_5 \in 5/1)$

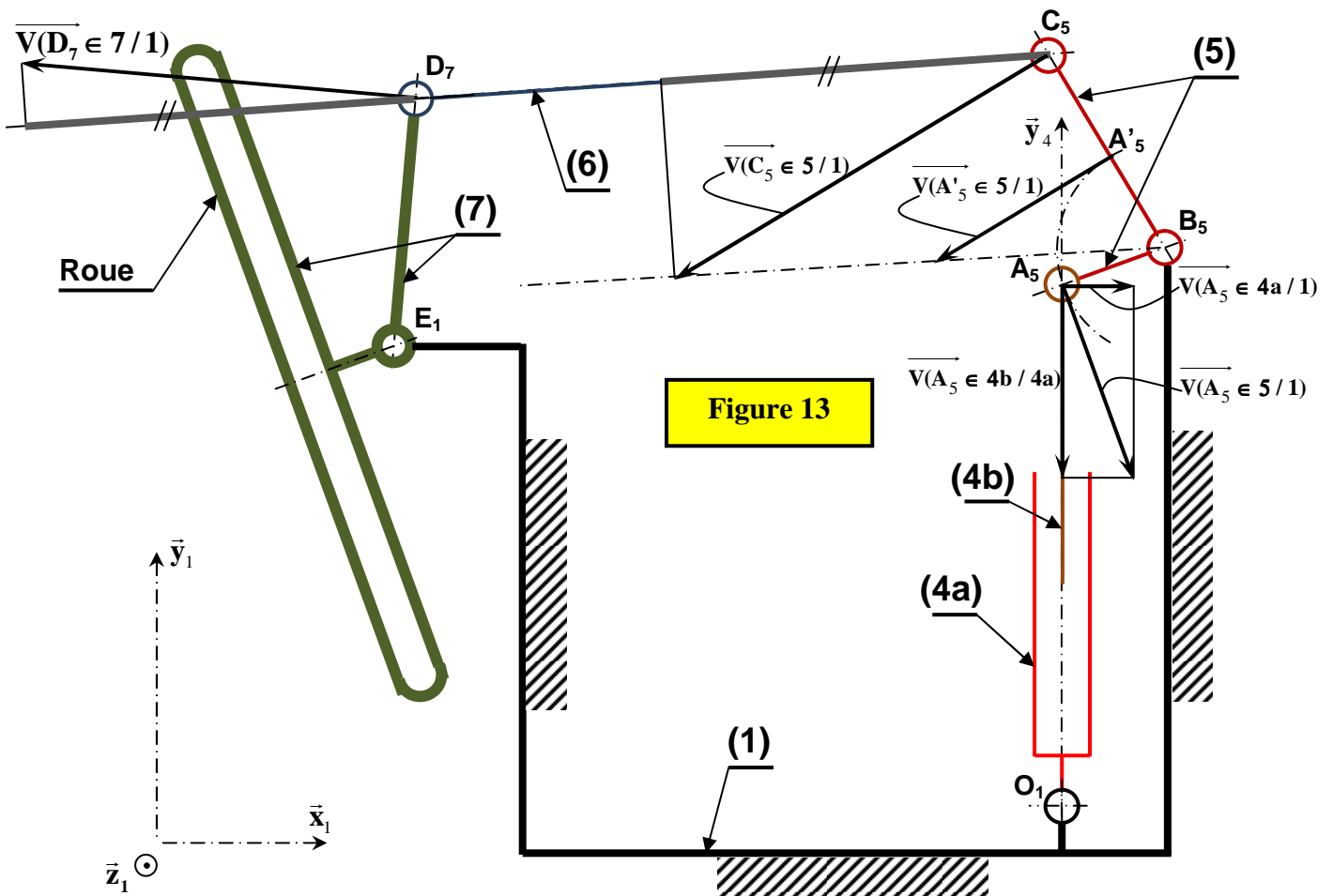
$$\left( B_5A_5 = B_5A'_5 \quad ; \quad \|\vec{V}(A_5 \in 5/1)\| = \|\vec{V}(A'_5 \in 5/1)\| \right)$$

➤ **Question 19:**

$$\text{On a } \vec{V}(A_5 \in 5/1) = \underbrace{\vec{V}(A_5 \in 5/4b)}_0 + \vec{V}(A_5 \in 4b/4a) + \vec{V}(A_5 \in 4a/1)$$

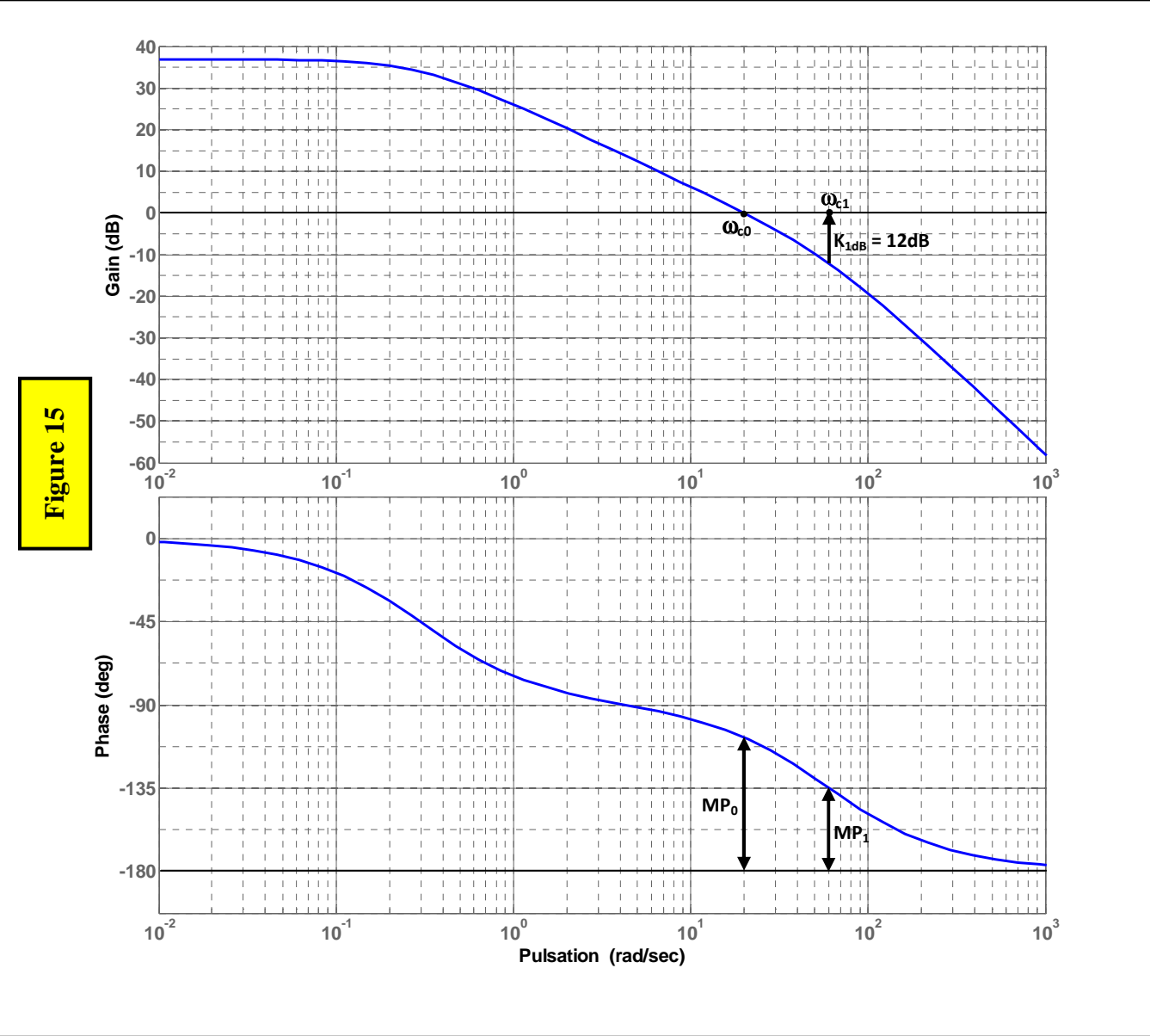
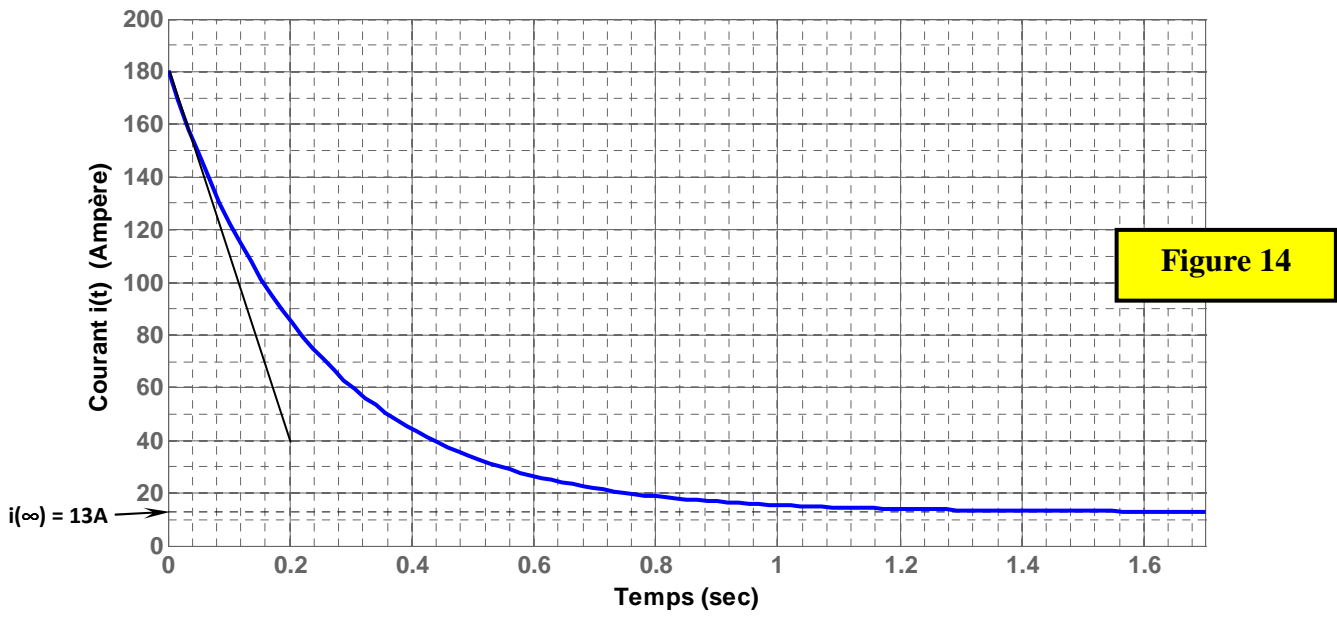
$$\underbrace{\vec{V}(A_5 \in 5/1)}_{\text{connu}} = \underbrace{\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)}_{\text{de direction } (O_1A_5)} + \underbrace{\vec{V}(A_5 \in 4a/1)}_{\perp \hat{a}(O_1A_5)}$$

ce qui donne  $\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)$  et  $\vec{V}(A_5 \in 4a/1)$  ; On trouve  $\|\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)\| = 27 \text{ mm/s}$



**Figure 13**

**DOCUMENT REPOSE DR4**



# DOCUMENT REPONSE DR5

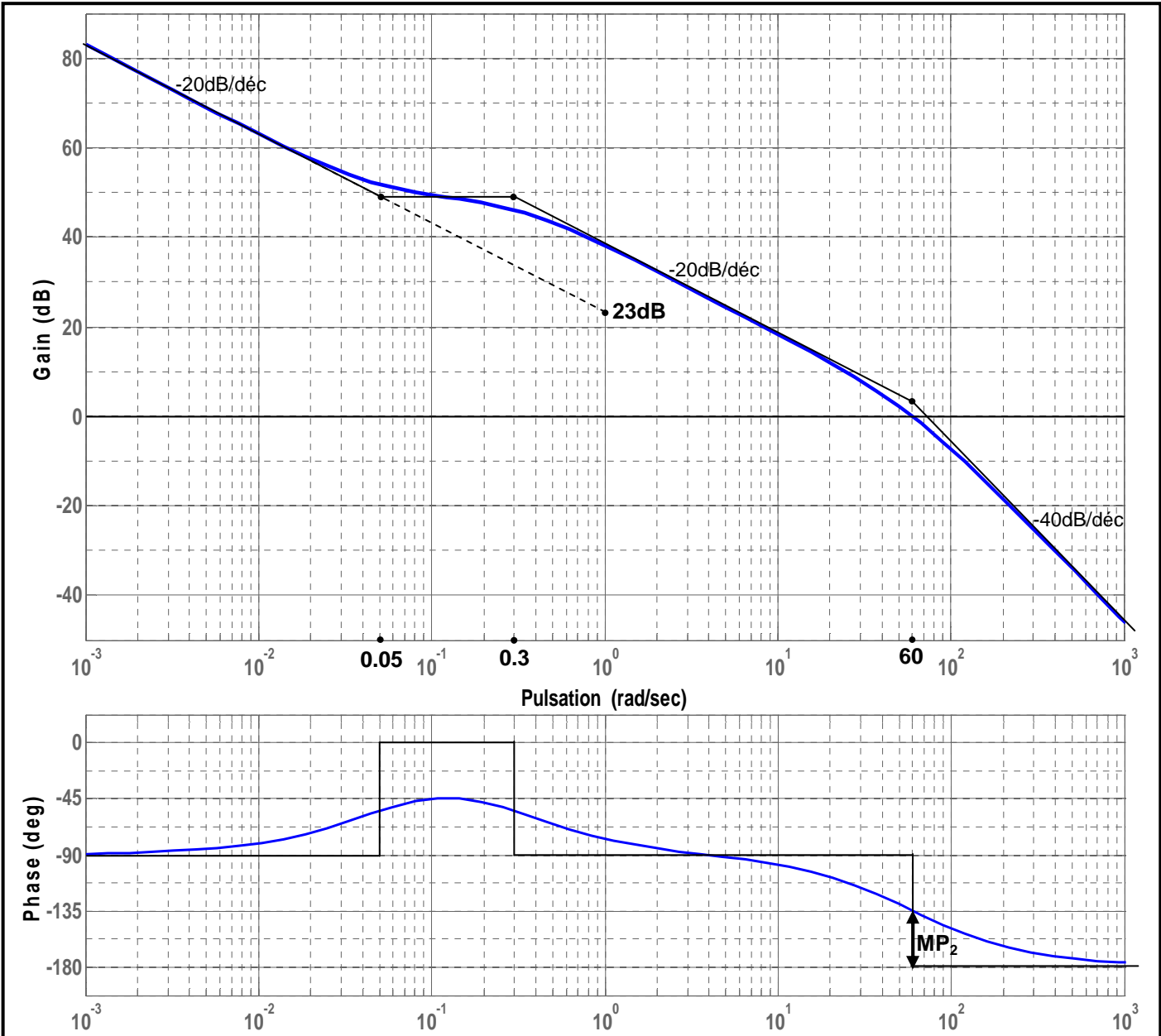


Figure 16

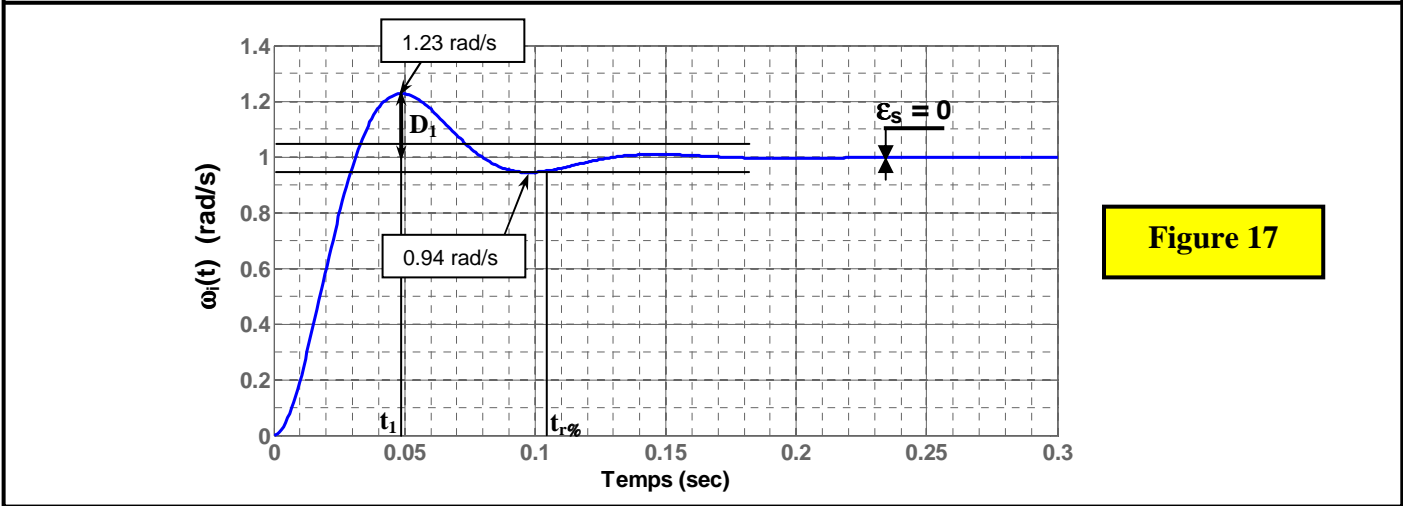


Figure 17

